

mgr Anita Orłowska
prof. Jan Holnicki-Szulc
mgr Marek Kokot
dr Przemysław Kołakowski
dr Jerzy Motylewski
IPPT PAN, Zakład Technologii Inteligentnych

ZASTOSOWANIE METODY DYSTORSJI WIRTUALNYCH W ZAGADNIENIACH MODYFIKACJI KONSTRUKCJI I SYSTEMÓW INŻYNIERSKICH

Metoda Dystorsji Wirtualnych (MDW) wykorzystuje pola wstępnych deformacji do modelowania zmian materiałowych w konstrukcji. Do najbardziej istotnych zalet wspomnianej metody należą:

- możliwość efektywnego wykorzystania modelu konstrukcji,
- beziteracyjne rozwiązywanie zagadnień dotychczas rozwiązywanych w sposób iteracyjny,
- możliwość analitycznego obliczania gradientu funkcji odpowiedzi, rozumianej jako odpowiedź danego elementu konstrukcji na określone obciążenie, ze względu na wektor modyfikacji.

Dotychczas algorytmy bazujące na MDW stosowane były najczęściej jako efektywne narzędzie rozwiązania problemów z zakresu mechaniki konstrukcji (analiza wrażliwości, optymalizacja topologii, identyfikacja defektów). Podejście dystorsyjne może być również z powodzeniem stosowane w innych dziedzinach techniki. Przykład stanowi zastosowanie MDW do modelowania modyfikacji w sieciach wodnych oraz sieciach elektrycznych. Celem niniejszego referatu jest zaprezentowanie kilku przykładów wykorzystania podejścia dystorsyjnego do szeroko rozumianej modyfikacji konstrukcji i systemów inżynierskich w pracach prowadzonych w Zakładzie Technologii Inteligentnych IPPT PAN.

1. Podstawy Metody Dystorsji Wirtualnych

Podstawowe równanie Metody Dystorsji Wirtualnych [1] przedstawia odpowiedź układu zmodyfikowanego ε_i , w postaci superpozycji odpowiedzi liniowej układu dowolnie obciążonego ε_i^L , oraz tzw. odpowiedzi rezydualnej ε_i^R :

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^L + \varepsilon_i^R \quad (1)$$

gdzie i oznacza numer elementu konstrukcji.

Odpowiedź rezydualna ε_i^R wyrażona jest poprzez:

- macierz wpływu D_{ij} zawierającą informację o odkształceniach (w przypadku kiedy rozważania zawężymy do zagadnień mechaniki) w i -tym elemencie konstrukcji wywołanych wprowadzeniem jednostkowej dystorsji wirtualnej w j -tym elemencie,
- wektor dystorsji wirtualnych $\hat{\varepsilon}_j$.

Wprowadzenie współczynnika modyfikacji μ_i , który dla zagadnień mechaniki konstrukcji przyjmuje postać:

$$\mu_i = \frac{\hat{E}_i \hat{A}_i}{E_i A_i} = \frac{\varepsilon_i - \hat{\varepsilon}_i}{\varepsilon_i} \quad (2)$$

gdzie:

E_i, A_i - moduł Younga i przekrój elementu i konstrukcji pierwotnej,

\hat{E}_i, \hat{A}_i - moduł Younga i przekrój elementu i konstrukcji zmodyfikowanej,

pozwała wyrazić odpowiedź układu poddanego modyfikacji w formie równania:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^L + \varepsilon_i^R = \varepsilon_i^L + \sum_j D_{ij} \hat{\varepsilon}_j, \quad (3)$$

Dystorsje wirtualne $\hat{\varepsilon}_j$ (lub odpowiadające im współczynniki modyfikacji μ_i) są zmiennymi decyzyjnymi w algorytmach MDW.

Uogólnieniem Metody Dystorsji Wirtualnych na zagadnienia dynamiki jest Impulsowa Metoda Dystorsji Wirtualnych (IMDW), wyprowadzona na podstawie założenia, że dowolna funkcja wymuszająca może być rozpatrywana jako superpozycja

sekwencyjnie następujących po sobie elementarnych impulsów. Podejście wykorzystujące wspomniane założenie, znane jest w literaturze jako metoda impulsowej funkcji przejścia [2]. Wprowadzenie dodatkowej zależności od czasu umożliwia rozszerzenie klasy zagadnień rozwiązywanych przy pomocy podejścia dystorsyjnego na zagadnienia dynamiki. Równania opisujące odpowiedź konstrukcji zmodyfikowanej obciążonej dynamicznie przyjmują następującą postać:

$$\varepsilon_i(t) = \varepsilon_i^L(t) + \sum_{\tau=0}^t \sum_j D_{ij}(t-\tau) \hat{\varepsilon}_j(\tau) \quad (4)$$

Wprowadzenie do opisu odpowiedzi układu poddanego modyfikacji współczynnika μ_i , umożliwia sformułowanie pewnych problemów inżynierskich (np. problemy identyfikacji) jako zadania analizy odwrotnej.

2. Optymalizacja topologii konstrukcji

Zadanie optymalizacji topologii można sformułować, wykorzystując MDW [3], jako problem minimum objętości materiału v :

$$v = \sum_i \hat{A}_i l_i = \sum_i A_i l_i \mu_i \quad (5)$$

przy ograniczeniach na objętość i wyężenie materiału:

$$v_i > 0$$

$$|\varepsilon_i| \leq \varepsilon^s$$

gdzie:

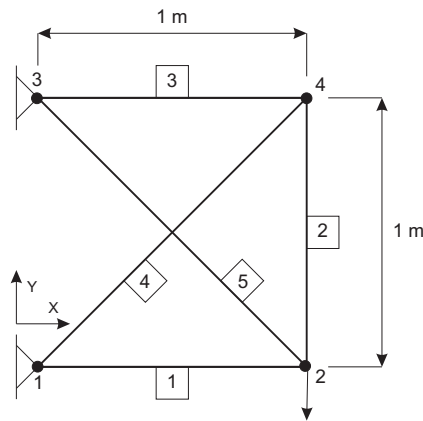
A_i - pierwotny przekrój elementu konstrukcji,

\hat{A}_i -zmodyfikowany przekrój,

l_i -długość elementu,

ε^s -wielkość dopuszczalnego odkształcenia elementów konstrukcji.

Poniżej zaprezentowano rozwiązanie zadania poszukiwania optymalnej topologii dla konstrukcji zbudowanej z elementów kratowych (dla wszystkich elementów przyjęto $E=210 \text{ GPa}$, $A=1e-5 \text{ m}^2$) obciążonej statycznie siłą $P=2.5 \text{ kN}$ (rys. 2). Wynik optymalizacji dla konstrukcji pierwotnej przedstawia tab.1. Minimum funkcji v (przy założonych ograniczeniach na wyężenie w postaci dopuszczalnego odkształcenia $\epsilon^s=0.119E-02$) osiągane jest dla izostaticznego układu dwu elementów (nr 1 i 5) o odpowiednio zwiększonych przekrojach.



Rys.2 Model kratownicy pięcioelementowej.

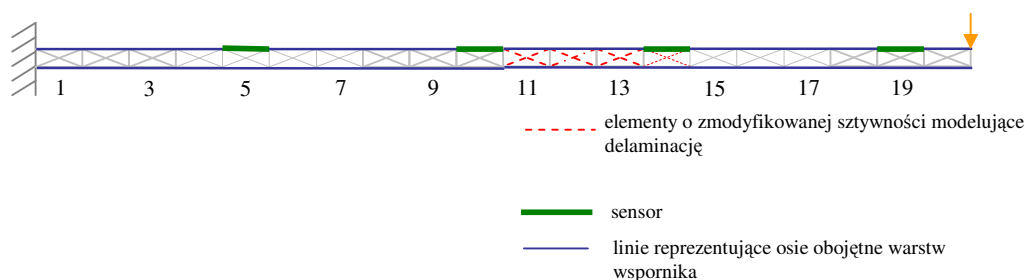
Tab.1

Wynik obliczeń optymalnej topologii dla konstrukcji kratowej przedstawionej na rys.2.

	odkształcenia			$\hat{\epsilon}$
	ϵ^L	ϵ^R	ϵ	
1	-0.664E-03	-0.526E-03	-0.119E-02	0.000E+00
2	0.526E-03	0.397E-03	0.923E-03	0.923E-03
3	0.526E-03	0.397E-03	0.923E-03	0.923E-03
4	-0.744E-03	-0.610E-03	-0.135E-02	-0.135E-02
5	0.664E-03	0.526E-03	0.119E-02	0.000E+00
	naprężenia			μ
	σ^L	σ^R	σ	
1	-0.140E+09	-0.110E+09	-0.250E+09	1.000
2	0.110E+09	-0.110E+09	-0.642E-07	0.000
3	0.110E+09	-0.110E+09	0.104E-07	0.000
4	-0.156E+09	0.156E+09	-0.234E-07	0.000
5	0.140E+09	0.110E+09	0.250E+09	1.414

3. Identyfikacja delaminacji w konstrukcji warstwowej

Istotną zaletą stosowania IMDW jest możliwość analitycznego obliczania gradientu funkcji przejścia. Wykorzystanie tego faktu umożliwi zastosowanie gradientowych metod optymalizacji, do rozwiązania problemu odwrotnego jakim jest identyfikacja wektora modyfikacji sztywności μ_i , odpowiadającego określonemu uszkodzeniu [4].



Rys. 3 Model wspornika dwuwarstwowego z delaminacją.

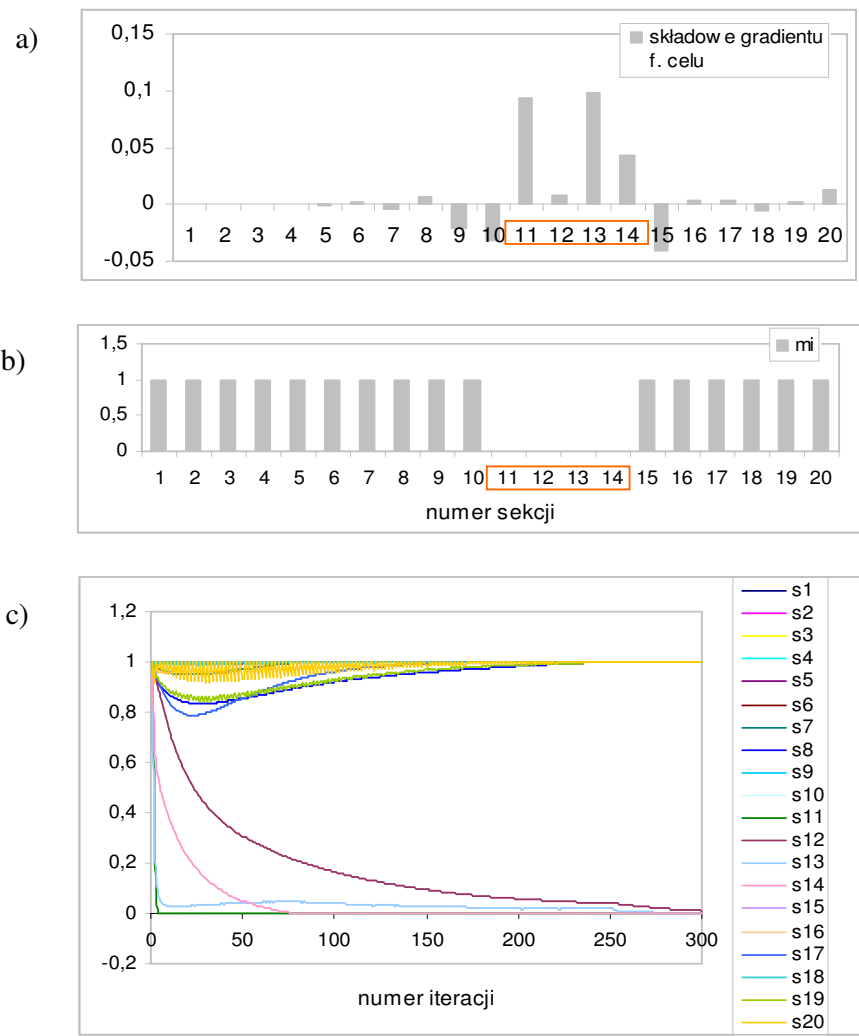
Korzystając z tej własności, możemy zaproponować algorytm identyfikacji uszkodzeń, którego istotą jest minimalizacja funkcji celu f w postaci:

$$f = \sum_t \sum_A (\varepsilon_A^M(t) - \varepsilon_A(\mu_i, t))^2 \quad (6)$$

gdzie:

ε_A^M -odpowiedź konstrukcji uszkodzonej (zmierzona eksperymentalnie)

ε_A -odpowiedź konstrukcji modelowana dystorsjami.



Rys.4 Przykład identyfikacji delaminacji zlokalizowanej w sekcjach 11, 12, 13 i 14. Składowe gradientu funkcji celu w pierwszej iteracji (a), wartości współczynnika modyfikacji sztywności w ostatniej iteracji procedury identyfikacyjnej (b), histogram wartości współczynnika modyfikacji sztywności dla poszczególnych sekcji strefy kontaktowej (c).

Przykładem wykorzystania takiego podejścia jest identyfikacja delaminacji w belce dwuwarstwowej (rys.3), gdzie delaminacja jest modelowana jako osłabienie sztywności elementów należących do tzw. warstwy kontaktowej. W przypadku pozostawienia konstrukcji w stanie nieuszkodzonym, elementy te stanowią więzy ograniczające

wzajemne przemieszczenia węzłów, reprezentujących osie środkowe warstw belkowych. Położenie delaminacji określają numery przyporządkowane kolejnym skratowaniom (nazywanym sekcjami) warstwy kontaktowej.

Wykresy zamieszczone na rys. 4 prezentują rozwiązanie zadania identyfikacji delaminacji dla wspornika przedstawionego na rys. 3 .

4. Modelowanie modyfikacji w sieciach elektrycznych

Bazując na układzie analogii mechaniczno-elektrycznych koncepcje MDW można zastosować do modelowania i analizy liniowych obwodów elektrycznych. W najprostszym przypadku obwód prądu stałego o gałęziach rezystancyjnych, wymuszany źródłami prądowymi jest układem analogicznym do układu kratownicy płaskiej pod obciążeniem statycznym, w którym prawo Hook'a odpowiada prawo Ohm'a, natomiast zasady równowagi sił i ciągłości przemieszczeń można utożsamiać z prądowym i napięciowym prawem Kirchhoff'a.

Podobnie jak w przypadku konstrukcji mechanicznych, dla obwodu elektrycznego z wprowadzonymi modyfikacjami parametrów elementów układu, można zaproponować opis, w którym zadane modyfikacje są modelowane przy użyciu dystorsji wirtualnych. Odpowiedź obwodu modelowanego dystorsjami ma ogólną postać:

$$U = U^L + U^R = U^L + D^U \varepsilon^0 \quad (7)$$

gdzie:

U^L – odpowiedź liniowa układu pierwotnego na wymuszenie zewnętrzne (w tym przypadku w postaci stanu napięć w gałęziach obwodu),

U^R – odpowiedź rezydualna obwodu pasywnego (tj. bez wymuszeń zewnętrznych) wywołana nałożeniem pola dystorsji wirtualnych,

ε^0 – dystorsja wirtualna, najczęściej interpretowana w postaci idealnego źródła prądu włączanego równolegle do gałęzi z modyfikacją,

D^U – napięciowa macierz wpływu, której poszczególne kolumny stanowią wektory odpowiedzi układu na jednostkową dystorsję wirtualną.

Współczynnik modyfikacji elementu obwodu μ definiuje się jako stosunek wartości

przewodności zmodyfikowanej G' do wartości przewodności pierwotnej G . Przyjmując zgodność odpowiedzi obwodu zmodyfikowanego i modelowanego dystorsjami otrzymuje się następującą zależność:

$$\mu = \frac{G'}{G}. \quad (8)$$

Identyfikacja modyfikacji parametrów obwodu przy zastosowaniu MDW polega na znalezieniu wektora dystorsji generującego odpowiedź obwodu zgodną z odpowiedzią zmierzoną w obwodzie zmodyfikowanym. Wykorzystuje się przy tym gradientowe metody optymalizacji. W przypadku statycznym gradienty odpowiedzi obwodu na zaburzenia dystorsyjne są równe odpowiednim wyrazom macierzy wpływu.

Przykład numeryczny identyfikacji defektów w obwodach prądu stałego można znaleźć w pracy [5]. Rozszerzenie metodologii VDM do dynamicznej analizy obwodów elektrycznych zostało natomiast opisane w pozycji [6].

Dzięki analogiom mechaniczno-hydraulicznym, omawianą metodę MDW zastosowano również w pracach dotyczących zagadnień modelowania i identyfikacji sieci wodnych [7].

5. Podsumowanie

Zarówno Metoda Dystorsji Wirtualnych jak i Impulsowa Metoda Dystorsji Wirtualnych może być wykorzystywana jako narzędzie umożliwiające analizę wielu ważnych problemów inżynierskich. Aktualnie prowadzone są prace, których celem jest sformułowanie opisu Metody Dystorsji Wirtualnych w dziedzinie częstotliwości. Zaletą takiego podejścia jest zmniejszenie czasu obliczeń przy analizie zadań dynamicznych.

PODZIĘKOWANIA

Autorzy pragną wyrazić podziękowanie za wsparcie finansowe z projektów badawczych

- KBN 3T11F00930 pt. *Nowe metody projektowania bezpiecznych konstrukcji, uwzględniające identyfikację zagrożeń i aktywną adaptację w stanach krytycznych*, 2006-2009

- PBZ-KBN-105/T10/2003 DIADYN pt. *Zintegrowany dynamiczny system oceny ryzyka, diagnostyki oraz sterowania dla obiektów i procesów technicznych*, 2005-2008

REFERENCJE

1. J. Holnicki-Szulc: Dystorsje w układach konstrukcyjnych. Analiza, sterowanie, modelowanie, Biblioteka Mechaniki Stosowanej, Seria A. Monografie, PWN, Warszawa-Poznań 1990.
2. T. Zieliński: Metoda Impulsowych Dystorsji Wirtualnych z zastosowaniem do modelowania i identyfikacji defektów w konstrukcjach, Prace IPPT 2004
3. P. Kołakowski: Analiza wrażliwości i optymalne projektowanie konstrukcji kratowych Metodą Dystorsji Wirtualnych, *Prace IPPT PAN*, 1998
4. A. Orłowska, J. Holnicki-Szulc, P. Kołakowski: Modelling and identification of delamination defects, Computer Methods in Mechanics, CMM-2005, Czestochowa, Poland
5. M. Kokot, J. Holnicki-Szulc: Health monitoring of electric circuits, DAMAS 2005 6th International Conference on Damage Assessment of Structures 2005, Gdansk, Poland
6. M. Kokot, J. Holnicki-Szulc: SHM concept applied to dynamical defect identification in electrical circuits, Structural Health Monitoring - Third European Workshop, 5-6 July 2006, Granada, Spain
7. J. Holnicki-Szulc, P. Kołakowski, N. G. Nasher: Leakage Detection in Water Networks, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 16, issue 3, pp. 207-219